

Bestimme alle Teiler.

1.) $T_{24} =$

2.) $T_{36} =$

3.) $T_{48} =$

4.) $T_{72} =$

5.) $T_{144} =$

Bestimme die ersten 5 Vielfachen.

6.) $V_4 =$

7.) $V_9 =$

8.) $V_{11} =$

9.) $V_{13} =$

10.) $V_{48} =$

Bestimme alle Teiler.

1.) $T_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

2.) $T_{36} = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

3.) $T_{48} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$

4.) $T_{72} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$

5.) $T_{144} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144\}$

Bestimme die ersten 5 Vielfachen.

6.) $V_4 = \{\mathbf{4, 8, 12, 16, 20}, 24, 28, 32, 36, 40\}$

7.) $V_9 = \{\mathbf{9, 18, 27, 36, 45}, 54, 63, 72, 81, 90\}$

8.) $V_{11} = \{\mathbf{11, 22, 33, 44, 55}, 66, 77, 88, 99, 110\}$

9.) $V_{13} = \{\mathbf{13, 26, 39, 52, 65}, 78, 91, 104, 117, 130\}$

10.) $V_{48} = \{\mathbf{48, 96, 144, 192, 240}, 288, 336, 384, 432, 480\}$



Teilermengen

Die Teilermenge einer Zahl gibt alle Teiler dieser Zahl an. Man schreibt:

$$T_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

Übersetzt steht hier, die Teiler der Zahl 24 sind die 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.



Vielfachenmengen

Die Vielfachenmenge einer Zahl gibt alle Vielfache dieser Zahl an.

Man schreibt:

$$V_5 = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, \dots\}$$

Übersetzt steht hier, die Vielfachen der 5 sind die 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 und alle weiteren in 5er Schritten.



Primzahlen – wozu brauchen wir die eigentlich?



👉 Wer von euch hat ein Handy?



Primzahlen – wozu brauchen wir die eigentlich?



👉 Wer von euch hat ein Handy?

👉 Wie schützt ihr euer Handy vor anderen?

(PIN, Passwort, Fingerabdruck oder Gesichtserkennung?)



Primzahlen – wozu brauchen wir die eigentlich?



Unsere Daten sollen sicher sein. Deshalb werden Informationen auf Handys und im Internet **verschlüsselt**. Dabei kommen unter anderem **sehr große Primzahlen** zum Einsatz. Computer können mit ihnen bestimmte Rechenaufgaben durchführen, die für Fremde sehr schwer rückwärts zu lösen sind. So helfen Primzahlen dabei, **Daten und Nachrichten** zu **schützen**. Gleichzeitig versuchen Hacker und Sicherheitsforscher, solche Verfahren immer besser zu verstehen und zu knacken.



Primzahlen – wozu brauchen wir die eigentlich?



Aber Primzahlen sind auch deshalb spannend, weil Mathematiker bis heute nach **immer größeren Primzahlen** suchen. Die größte bekannte Primzahl hat inzwischen **mehr als 41 Millionen Ziffern**.

Größte bekannte Primzahl entdeckt

US-Teilnehmer an Citizen-Science-Projekt identifiziert Mersenne-Primzahl mit 41 Millionen Stellen

28. Oktober 2024, Lesezeit: 2 Min.



Dies ist die neue größte Primzahl – sie hat mehr als 41 Millionen Stellen. © scinexx

Die momentan größte bekannte Primzahl hat genau 41.024.320 Dezimalstellen. Sie wurde am 11. Oktober 2024 von dem 36-jährigen Hobbymathematiker Luke Durant gefunden und am 21. Oktober 2024 offiziell bekannt gegeben. Diese nur durch 1 und sich selbst teilbare Zahl übertrifft damit die bisher größte bekannte Primzahl um 16 Millionen Stellen.

Primzahlen finden - Das Sieb des Eratosthenes



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Eratosthenes war ein griechischer Gelehrter, der vor über 2.000 Jahren lebte. Er beschäftigte sich mit Mathematik, Astronomie und der Erde.

Er suchte nach einer einfachen Methode, um Primzahlen zu finden. Dafür entwickelte er ein Verfahren, bei dem man Zahlen, die keine Primzahlen sind, Schritt für Schritt aussiebt.

Dieses Verfahren nennen wir heute das Sieb des Eratosthenes.

Primzahlen finden - Das Sieb des Eratosthenes

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Primzahlen finden - Das Sieb des Eratosthenes

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- 1 durchstreichen - keine Primzahl
- bis auf 2, alle Vielfache von 2 durchstreichen
- bis auf 3, alle Vielfache von 3 durchstreichen
- bis auf 5, alle Vielfache von 5 durchstreichen
- bis auf 7, alle Vielfache von 7 durchstreichen
- Die freien Primzahlen sind:



Primzahlen

Primzahlen sind Zahlen, die nur **durch 1 und sich selbst teilbar** sind.

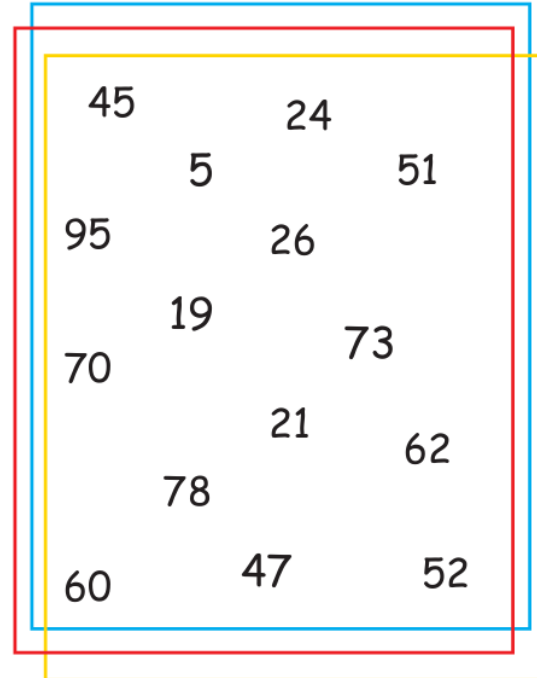
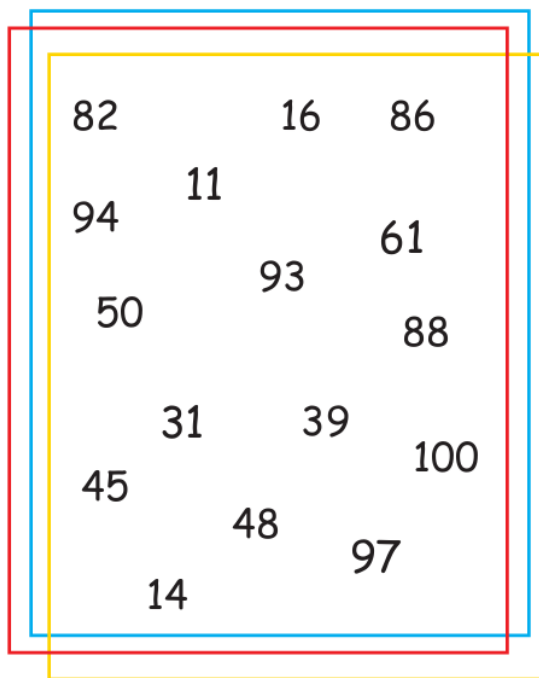
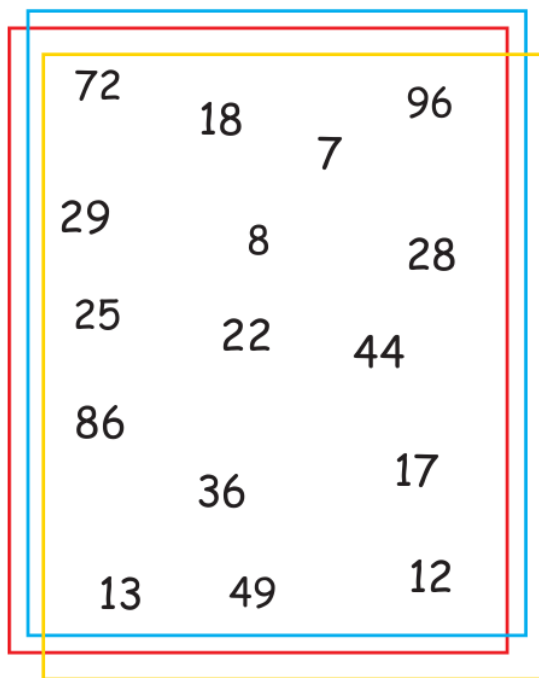
Die ersten Primzahlen heißen:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...

Deine Aufgabe

Primzahlen erkennen

In jedem Kästchen sind 4 Primzahlen versteckt. Kreise sie ein!



Deine Aufgabe

Primzahlzwillinge: Zwei aufeinanderfolgende Primzahlen, mit einer Differenz von 2, heißen Primzahlzwillinge. Wie viele Primzahlzwillinge gibt es von 1 bis 100?

z.B.: 11 + 13



Deine Aufgabe

Welche zweistelligen Primzahlen haben als Quersumme eine Primzahl?

z.B.: 11 $\rightarrow$ Quersumme = $1 + 1 = 2$

Deine Aufgabe



Pflichtaufgabe:



Bearbeite das Arbeitsblatt:

Primzahlen erkennen

In jedem Kästchen sind 4 Primzahlen versteckt. Kreise sie ein!

72	18	7	96
29	8	28	
25	22	44	
86			
	36	17	
13	49	12	

82	16	86	
94	11	61	
50	93	88	
	31	39	100
45	48	97	
14			

45	24		
	5	51	
95	26		
	19	73	
70		21	62
	78		
60	47	52	

Primzahlzwillinge: Zwei aufeinanderfolgende Primzahlen, mit einer Differenz von 2, heißen Primzahlzwillinge. Wie viele Primzahlzwillinge gibt es von 1 bis 100?

z.B.: 11 + 13



Welche zweistelligen Primzahlen haben als Quersumme eine Primzahl?

z.B.: 11 → Quersumme = 1 + 1 = 2

Zusatzaufgabe

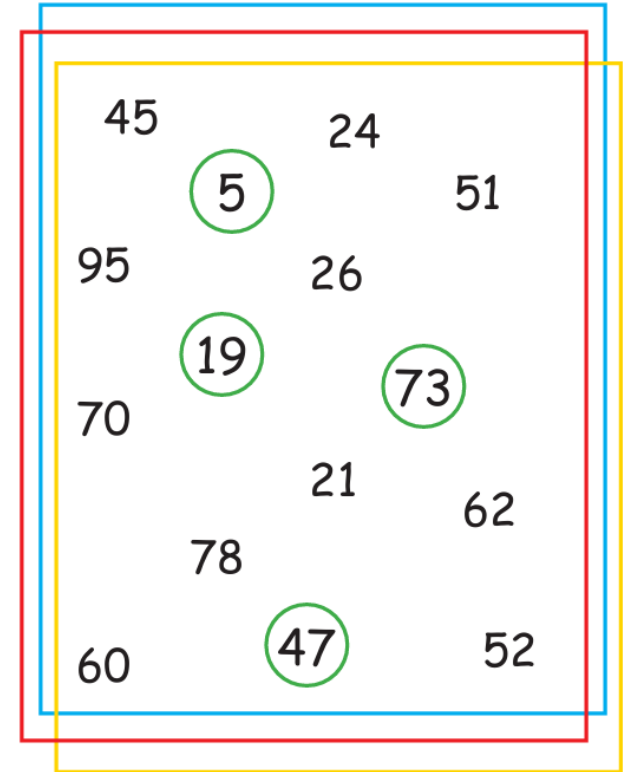
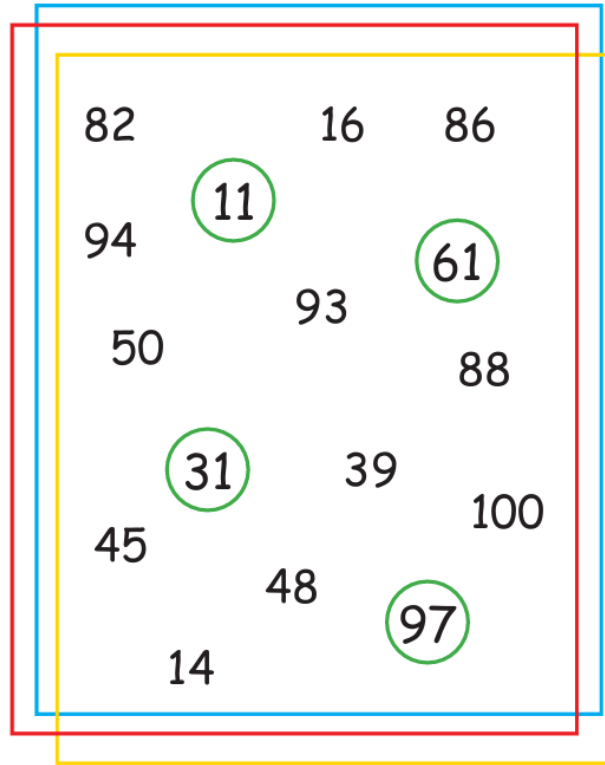
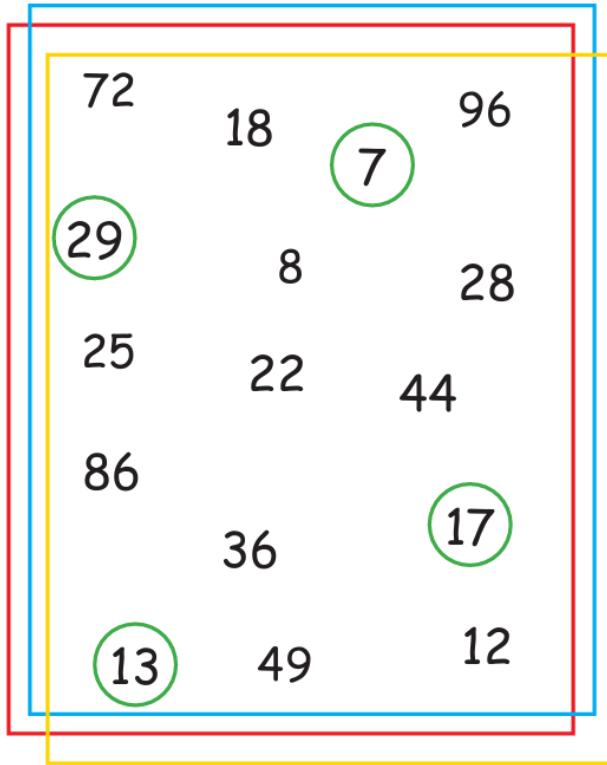


LB S. 20 Nr. 5

*** Rückseite AB***

Lösungsvorschlag

In jedem Kästchen sind 4 Primzahlen versteckt. Kreise sie ein!



Lösungsvorschlag

Primzahlzwillinge: Zwei aufeinanderfolgende Primzahlen, mit einer Differenz von 2, heißen Primzahlzwillinge. Wie viele Primzahlzwillinge gibt es von 1 bis 100?

$$\underline{\text{z.B.: } 11 + 13}$$

$$\underline{17 + 19}$$

$$\underline{29 + 31}$$

$$\underline{41 + 43}$$

$$\underline{59 + 61}$$

$$\underline{71 + 73}$$



Lösungsvorschlag

Welche zweistelligen Primzahlen haben als Quersumme eine Primzahl?

$$\text{z.B.: } 11 \longrightarrow \text{Quersumme} = 1 + 1 = 2$$

$$23 \longrightarrow \text{Quersumme} = 2 + 3 = 5$$

$$29 \longrightarrow \text{Quersumme} = 2 + 9 = 11$$

$$41 \longrightarrow \text{Quersumme} = 4 + 1 = 5$$

$$43 \longrightarrow \text{Quersumme} = 4 + 3 = 7$$

$$47 \longrightarrow \text{Quersumme} = 4 + 7 = 11$$

$$61 \longrightarrow \text{Quersumme} = 6 + 1 = 7$$

$$67 \longrightarrow \text{Quersumme} = 6 + 7 = 13$$

$$83 \longrightarrow \text{Quersumme} = 8 + 3 = 11$$

$$89 \longrightarrow \text{Quersumme} = 8 + 9 = 17$$



5 Bestimme die Teilmengen und kennzeichne die Primzahlen rot.

- a) T_6 b) T_{19} c) T_{23} d) T_{27} e) T_{29}

5 *Teilmengen bestimmen; Primzahlen kennzeichnen*

- a) $T_6 = \{1, 2, 3, 6\}$ b) $T_{19} = \{1, \mathbf{19}\}$ c) $T_{23} = \{1, \mathbf{23}\}$ d) $T_{27} = \{1, 3, 9, 27\}$ e) $T_{29} = \{1, 29\}$

Primzahlen sind 19 13 und 29. (Ihre Teilermenge enthält genau zwei Zahlen.)

Lösungsvorschlag

Welche Aussagen sind wahr und welche sind falsch? Kreuze richtig an und gib eine Begründung an!

Aussage	wahr	falsch	Begründung
Es gibt zwei Primzahlen, deren Produkt 10 ergibt.	☒	☐	$2 * 5 = 10$
Es gibt zwei Primzahlen, deren Summe 10 ergibt.	☒	☐	$5 + 5 = 10$ oder $7 + 3 = 10$
97 ist keine Primzahl.	☐	☒	97 ist eine Primzahl, denn sie ist nur durch sich selbst und 1 teilbar.
Alle Primzahlen sind ungerade.	☐	☒	Stimmt nicht, denn 2 ist auch eine Primzahl und die ist gerade.
Das Produkt der ersten vier Primzahlen ist gerade.	☒	☐	$1 * 2 * 3 * 5 = 30$
Die Summe der Primzahlen zwischen 1 und 10 ist ungerade.	☐	☒	$1 + 2 + 3 + 5 + 7 = 18$

Vor mehr als 150 Jahren hat der Mathematiker Peter Gustav Dirichlet bewiesen, dass zwischen einer natürlichen Zahl, die größer als 1 ist und dem Doppelten dieser Zahl immer mindestens eine Primzahl liegt. Beweise diese an Hand acht Rechnungen!

Zahl verdoppeln	Zahlenfolge
$2 * 2 = 4$	2, 3, 4
$3 * 2 = 6$	3, 5, 6
$4 * 2 = 8$	4, 5, 7, 8
$5 * 2 = 10$	5, 7, 10
$6 * 2 = 12$	6, 7, 11, 12
$7 * 2 = 14$	7, 11, 13, 14
$8 * 2 = 16$	8, 11, 13, 16
$9 * 2 = 18$	9, 11, 13, 17, 18

Wir lesen die Zusammenfassung im LB S. 20 gemeinsam

Die **Teilmenge** einer Zahl ist die Menge aller Zahlen, durch die diese Zahl ohne Rest teilbar ist.

In der Teilermenge befinden sich für Zahlen, die größer als 1 sind, immer mindestens zwei Teiler: nämlich die 1 und die Zahl selber.

Bei der Suche nach möglichen Teilern sollte man systematisch vorgehen. Man untersucht, ob die Zahl durch 2, 3, 4, 5, ... teilbar ist und schreibt das zugehörige Produkt auf. Man kann aufhören, wenn man zu einem Teiler kommt, der bereits in einem der Produkte vorkommt.

Alle gefundenen Faktoren bilden die Teilermenge der Zahl.

Alle Zahlen, die größer als 1 und nur durch 1 und sich selbst teilbar sind, heißen **Primzahlen**. Ihre Teilermenge besteht aus genau zwei Teilern.

BEISPIELE

$$T_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

In der Teilermenge von 30 sind die Zahlen 1 und 30 enthalten.

30 ist durch 2 teilbar, denn $30 = 2 \cdot 15$

30 ist durch 3 teilbar, denn $30 = 3 \cdot 10$

30 ist nicht durch 4 teilbar.

30 ist durch 5 teilbar, denn $30 = 5 \cdot 6$

6 ist als Teiler bereits bekannt, also bricht das Verfahren ab.

30 ist keine Primzahl, denn ihre Teilermenge enthält acht Teiler.

7 ist eine Primzahl, denn 7 ist nur durch 1 und 7 teilbar, also $T_7 = \{1, 7\}$.